练习册

主编 肖德好

全品学练考

高中数学

选择性必修第一册 RJB

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

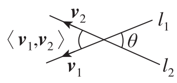
详答单本

江西美术出版社
全国百佳出版单位

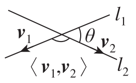
01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

◆ **知识点三　空间中两条直线所成的角**

(1)设 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$ 分别是空间中直线 l_1,l_2 的方向向量,且 l_1 与 l_2 所成角的大小为 θ,则 $\theta=$________(如图①所示)或 $\theta=$____________(如图②所示),所以 $\sin\theta=$________,$\cos\theta=$____________.



①



②

(2)$\langle\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2\rangle=\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow$________$\Leftrightarrow\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v}_2=$________.

【诊断分析】 判断正误.(正确的打"√",错误的打"×")

(1)两条异面直线所成的角与两直线方向向量所成的角相等或互补.　(　)

(2)若两直线的方向向量分别为 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$,两直线所成的角为 θ,则 $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v}_2}{|\boldsymbol{v}_1||\boldsymbol{v}_2|}$.　(　)

(3)空间中两直线所成的角唯一确定,则两条直线对应的方向向量所成的角也唯一确定.　(　)

◆ **知识点四　异面直线与空间向量**

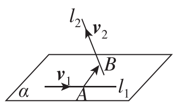
1. 异面直线的判定

设 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$ 分别是空间中直线 l_1,l_2 的方向向量.

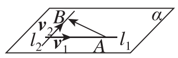
(1)若 l_1 与 l_2 异面,则 $\boldsymbol{v}_1$ 与 $\boldsymbol{v}_2$ 是不可能平行的.

(2)若 $\boldsymbol{v}_1$ 与 $\boldsymbol{v}_2$ 不平行,则 l_1 与 l_2 的位置关系为______________.

(3)若 $A\in l_1,B\in l_2$,则 l_1 与 l_2 异面时,$\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\overrightarrow{AB}$________;若 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\overrightarrow{AB}$ 不共面,则 l_1 与 l_2 异面.(如图①②所示)



①



②

2. 异面直线间的距离

一般地,如果 l_1 与 l_2 是空间中两条异面直线,$M\in l_1,N\in l_2$,__________,__________,则称 MN 为 l_1 与 l_2 的公垂线段.两条异面直线的公垂线段的长,称为这两条异面直线之间的________.

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点一　双曲线定义的应用**

例1 (1)设 F_1,F_2 分别是双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{24}=1$ 的左、右焦点,P 是双曲线上的一点,且 $3|PF_1|=4|PF_2|$,则△PF_1F_2 的面积为　(　)

A. $4\sqrt{2}$　B. $8\sqrt{3}$　C. 24　D. 48

变式 (1)已知椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$ 和双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的公共焦点为 F_1,F_2,椭圆与双曲线在第一象限内的交点为 P,则 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=$(　)

A. -4　B. -6　C. -8　D. -9

[素养小结]

双曲线上的一点 P 与其两个焦点 F_1,F_2 构成的三角形 PF_1F_2 称为焦点三角形.令 $|PF_1|=r_1,|PF_2|=r_2,\angle F_1PF_2=\theta$,因为 $|F_1F_2|=2c$,所以有

(1)定义:$|r_1-r_2|=2a$.

(2)余弦公式:$4c^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\theta$.

(3)面积公式:$S_{\triangle PF_1F_2}=\dfrac{1}{2}r_1r_2\sin\theta$.

一般地,在△PF_1F_2 中,通过以上三个等式,所求问题就会顺利解决.

拓展 [2023·甘肃白银靖远一中高二期末]已知 $F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$分别为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点,若双曲线 C 右支上一点 P 满足 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=4,\overrightarrow{PF_2}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=-2$,则 $|PF_2|=$________,双曲线 C 的标准方程为____________.

◆ **探究点二　求双曲线的标准方程**

[探索] 方程 $mx^2+ny^2=1(mn<0)$表示的曲线是____________.

例2 求满足下列条件的双曲线的标准方程.

(1)$c=6$,焦点在 x 轴上,且过点 $A(-5,2)$;

(2)$b=4$,一个焦点的坐标是$(-8,0)$;

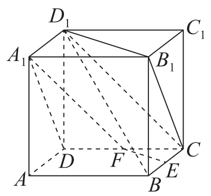
(3)经过两点 $A(-7,-6\sqrt{2}),B(\sqrt{7},-3)$.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型四　用空间向量求空间角**

[类型总述] 求线线所成的角;求线面所成的角;求面面所成的角.

例 4 (1)(多选题)如图,已知 E,F 分别是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BC 和 CD 的中点,则 (　　)



A. A_1D 与 B_1D_1 是异面直线

B. A_1D 与 EF 所成角的大小为 $45°$

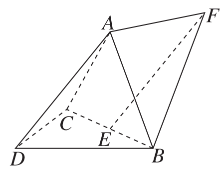
C. A_1F 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$

D. 平面 CD_1B_1 与平面 BD_1B_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(2)[2023·新课标Ⅱ卷] 如图,三棱锥 $A\text{-}BCD$ 中,$DA=DB=DC$,$BD\perp CD$,$\angle ADB=\angle ADC=60°$,$E$ 为 BC 的中点.

①证明:$BC\perp DA$;

②点 F 满足 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DA}$,求二面角 $D\text{-}AB\text{-}F$ 的正弦值.



04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

★**9.** (多选题)在平面直角坐标系 xOy 中,$P(3,6)$,圆 $O:x^2+y^2=9$ 与 x 轴的正半轴交于点 Q,则下列说法正确的有 (　　)

A. 点 P 到圆 O 上的点的距离的最大值为 $3\sqrt{5}+3$

B. 过点 P 且斜率为 1 的直线被圆 O 截得的弦长为 $3\sqrt{2}$

C. 过点 P 与圆 O 相切的直线方程为 $3x-4y+15=0$

D. 过点 P 的直线与圆 O 交于不同的两点 A,B,则直线 QA,QB 的斜率之和为定值 -1

▶ **思维探索** 选做题

15. [2023·北京顺义区一中高二期中] 已知曲线 C 的方程为 $x^2+y^2=2|x|+2|y|(x,y\in\mathbf{R})$,则下列说法正确的是 (　　)

A. 曲线 C 关于直线 $y=x$ 对称

B. 曲线 C 的面积大于 16

C. 曲线 C 与圆 $x^2+y^2=5$ 有 4 个公共点

D. 若 A,B 为曲线 C 与 x 轴的交点,P 为曲线 C 上的点,则 $\triangle ABP$ 的面积的最大值为 $2+2\sqrt{2}$

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(六)

范围 2.7~2.8

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知抛物线 $C:y^2=6x$ 的焦点为 F,P 为抛物线 C 上在第一象限内的一点,且 $|PF|=\frac{7}{2}$,则点 P 的坐标为 (　　)

A. $(1,\sqrt{6})$　　B. $(2,2\sqrt{3})$

C. $(4,2\sqrt{6})$　　D. $(6,6)$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知点 P 在双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 上,则下列结论正确的是 (　　)

A. 双曲线 C 的离心率为 2

B. 双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

C. 焦点到渐近线的距离为 1

D. 点 P 到两渐近线的距离之积为定值

目录 Contents

01 第一章 空间向量与立体几何
PART ONE

02 第二章 平面解析几何
PART TWO

测 评 卷

练习册 PRACTISE

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其运算

第 1 课时　空间向量的概念及线性运算

一、选择题

1. 下列说法中正确的是　(　　)

A. 空间向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等

B. 将空间中所有的单位向量平移到同一个起点,则它们的终点构成一个圆

C. 空间向量就是空间中的一条有向线段

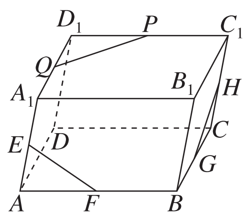
D. 不相等的两个空间向量的模必不相等

2. [2024·河南驻马店高二期末] 在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是平行四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的对角线的交点, N 为棱 BC 的中点,记 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{MN}=$　(　　)

A. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$　　D. $\frac{3}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

3. 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中, E,F,G,H,P,Q 分别是 $A_1A,AB,BC,CC_1,C_1D_1,D_1A_1$ 的中点,则　(　　)



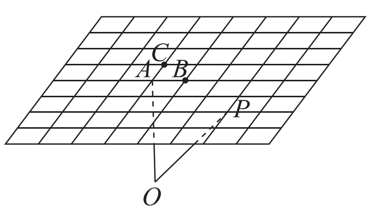
A. $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

B. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

C. $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

D. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{PQ}=\mathbf{0}$

4. 如图所示,已知 A,B,C 三点不共线, P 为平面 ABC 内的定点, O 为平面 ABC 外任意一点,则下列能表示向量 $\overrightarrow{OP}$ 的为　(　　)



A. $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$　　D. $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$

5. 在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,下列各组向量一定不共面的是　(　　)

A. $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1B}$

C. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CD_1}$　　D. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1}$

6. 在四面体 $OABC$ 中, $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{OM}=\lambda\overrightarrow{MA}(\lambda>0)$, N 为 BC 的中点,若 $\overrightarrow{MN}=-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$,则 $\lambda=$　(　　)

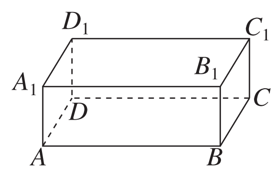
A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

7. 设棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点构成集合 S,集合 $P=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=\overrightarrow{P_1P_2},P_1,P_2\in S\}$,则集合 P 中模为 $\sqrt{3}$ 的向量的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 4　　D. 8

8. (多选题)[2023·山东潍坊高二期中] 如图所示,在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3$, $AD=2$, $AA_1=1$,则在以八个顶点中的两个分别为起点和终点的向量中　(　　)



A. 单位向量有 8 个

B. 除 $\overrightarrow{AB}$ 外,与 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量有 3 个

C. $\overrightarrow{AA_1}$ 的相反向量有 4 个

D. 向量 $\overrightarrow{A_1D_1}$, $\overrightarrow{A_1B_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$ 共面

9. (多选题)已知四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的底面是平行四边形,则　(　　)

A. $\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

C. $\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{B_1D}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

二、填空题

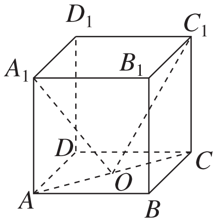
10. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 互相平行,其中 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}$ 同向, $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 反向, $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $|\boldsymbol{c}|=1$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

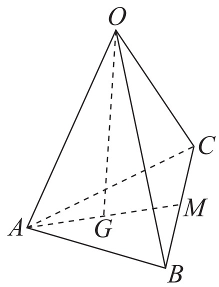
11. 如图所示,在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,O 为 AC 的中点.



(1)化简:$\overrightarrow{A_1O}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=$________;

(2)用 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AA_1}$ 表示 $\overrightarrow{OC_1}$,则 $\overrightarrow{OC_1}=$________.

12. 如图,O 为△ABC 所在平面外一点,M 为 BC 的中点,若 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$ 同时成立,则实数 λ 的值为________.



三、解答题

★**13.** 在四面体 $ABCD$ 中,G 是△BCD 的重心,E,F,H 分别为 CD,AD,BC 的中点,化简:

(1)$\overrightarrow{AG}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$;

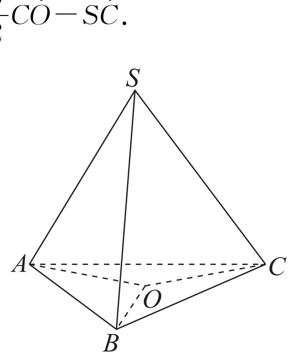
(2)$\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$;

(3)$\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

14. 如图,在四面体 $SABC$ 中,AC,BS 为其对角线,O 为△ABC 的重心.

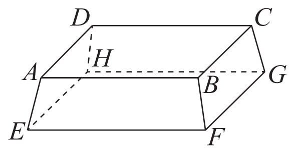
(1)求证:$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$;

(2)化简:$\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{CO}-\overrightarrow{SC}$.



▶思维探索 选做题

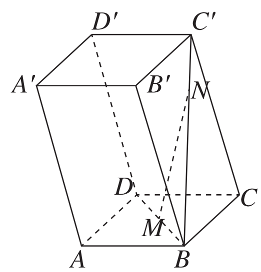
15. 光岳楼,又称“余木楼”“东昌楼”,位于山东省聊城市,始建于公元1374年.在《中国名楼》站台票纪念册中,光岳楼与鹳雀楼、黄鹤楼、岳阳楼、太白楼、滕王阁、蓬莱阁、镇海楼、甲秀楼、大观楼共同组成中国十大名楼.其墩台为砖石砌成的正四棱台,直观图如图所示,其上缘边长与底面边长之比约为$\frac{9}{10}$,则 $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{FB}+\frac{1}{9}\overrightarrow{DC}=$________.



16. 如图,已知几何体 $ABCD$-$A'B'C'D'$是平行六面体.

(1)化简$\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,并在图中标出其结果;

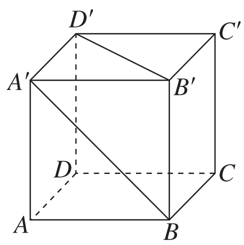
(2)设 M 是底面 $ABCD$ 的对角线 BD 的中点,N 是 BC' 上靠近 C' 的四等分点,设 $\overrightarrow{MN}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AD}+\gamma\overrightarrow{AA'}$,试求 α,β,γ 的值.



第 2 课时　空间向量的数量积

一、选择题

1. 如图，在正方体 $ABCD$-$A'B'C'D'$中，$\langle\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{B'D'}\rangle=$　　(　　)



A. $30°$

B. $60°$

C. $90°$

D. $120°$

2. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120°$，且$|\boldsymbol{a}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，则$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=$　　(　　)

A. 35　　B. 19

C. 17　　D. 1

3. 在三棱锥 O-ABC 中，$OB=OC$，$\angle AOB=\angle AOC=\frac{\pi}{3}$，则$\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\rangle=$　　(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4. 在四面体 $ABCD$ 中，$\angle ACD=\angle BDC=90°$，且 $AB=2$，$CD=1$，则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上的投影为 (　　)

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{CD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$　　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

5. [2023 · 浙江温州高二期中] 已知正四面体 $PABC$ 的棱长为 2，点 D 是$\triangle PAB$ 的重心，则 $\overrightarrow{PD}\cdot\overrightarrow{BC}=$　　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

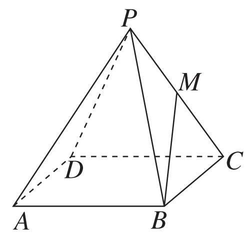
C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

6. 已知 a，b 是异面直线，A，$B\in a$，C，$D\in b$，$AC\perp b$，$BD\perp b$，且 $AB=2$，$CD=1$，则 a 与 b 所成的角是　　(　　)

A. $30°$　　B. $45°$

C. $60°$　　D. $90°$

7. [2023 · 黑龙江大庆东风中学高二月考] 如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，侧棱 PA 的长为 2，且 PA 与 AB，AD 的夹角都为 $60°$，若 M 是 PC 的中点，则$|\overrightarrow{BM}|=$　　(　　)



A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. (多选题)在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，下列四个说法中正确的是　　(　　)

A. $(\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB})^2=3\overrightarrow{AB}^2$

B. $\overrightarrow{A_1C}\cdot(\overrightarrow{A_1B_1}-\overrightarrow{A_1A})=0$

C. $\overrightarrow{AD_1}$ 与 $\overrightarrow{A_1B}$ 的夹角为 $60°$

D. $\overrightarrow{AD_1}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影为 $\overrightarrow{BC}$

9. (多选题)在棱长均为 1 的四面体 $ABCD$ 中，下列结论正确的是　　(　　)

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{0}$

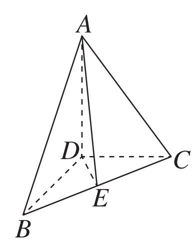
C. $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}$

D. $|2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}|=2$

二、填空题

10. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$，则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$________.

11. 如图，在三棱锥 A-BCD 中，DA，DB，DC 两两垂直，且 $DB=DC=3$，$AD=4$，E 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=$__________.



12. [2023 · 沈阳十五中高二期末] 已知 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$(含正方体表面)内任意一点，点 E 是棱 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AE}$ 的最大值为________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

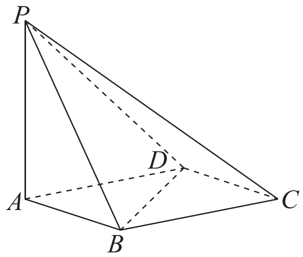
13. 如图,在四棱锥 P-$ABCD$ 中,$PA\perp$ 平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 是正方形,$PA=AB=1$,求:

(1)$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{PC}$;

(2)$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$;

(3)$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{PC}$;

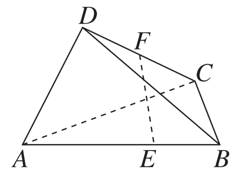
(4)$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$.



★**14.** [2023·江苏扬州高二期中] 如图,在四面体 $ABCD$ 中,$\angle BAC=60^\circ$,$\angle BAD=\angle CAD=45^\circ$,$AD=\sqrt{2}$,$AB=AC=3$.

(1)求 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值;

(2)已知 F 是 CD 的中点,点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$,求线段 EF 的长.



▶ 思维探索 选做题

15. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,$|\boldsymbol{a}|=3$,$|\boldsymbol{b}|=1$,$|\boldsymbol{c}|=4$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$ 的值为________.

16. 点 P 是底面边长为 $2\sqrt{3}$,高为 2 的正三棱柱表面上的一个动点,MN 是该三棱柱内切球的一条直径,则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围是________.

1.1.2　空间向量基本定理

一、选择题

1. 已知点 M 在平面 ABC 内，并且对于空间任意一点 O，都有 $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则 x 的值是　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{2}{3}$　D. $\frac{5}{6}$

2. 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$为空间向量的一组基底，则下列向量不共面的是　(　　)

A. $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}$

★3. 已知在四面体 $ABCD$ 中，M,N 分别是 BC，AD 的中点，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{MN}=$　(　　)

A. $\frac{1}{2}(-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

C. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　D. $\frac{1}{2}(-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

4. 已知$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$为空间向量的一组基底，若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2-\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_3$，且 $\boldsymbol{d}=\alpha\boldsymbol{a}+\beta\boldsymbol{b}+\gamma\boldsymbol{c}$，则 α,β,γ 的值分别为　(　　)

A. $\frac{5}{2},-1,-\frac{1}{2}$　B. $\frac{5}{2},1,\frac{1}{2}$

C. $-\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$　D. $\frac{5}{2},1,-\frac{1}{2}$

5. ［2023·福州三中高二期中］已知空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，且 $\overrightarrow{AB}=3\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-10\boldsymbol{a}+12\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=14\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$，则一定共线的三点是　(　　)

A. A,B,C　B. B,C,D

C. A,B,D　D. A,C,D

6. 在所有棱长都为 1 的平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点，$\angle BAD=60°$，$\angle DAA_1=\angle BAA_1=30°$，则 $|\overrightarrow{BM}|=$　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　B. 1　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　D. $\frac{5}{4}$

7. 在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，P,M 为空间中任意两点，如果有 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PB_1}+7\overrightarrow{BA}+6\overrightarrow{AA_1}-4\overrightarrow{A_1D_1}$，那么点 M 必　(　　)

A. 在平面 BAD_1 内

B. 在平面 BA_1D 内

C. 在平面 BA_1D_1 内

D. 在平面 AB_1C_1 内

★8. (多选题)已知空间四点 A,B,C,D 及空间任意一点 O，由下列条件一定可以得出 A,B,C,D 四点共面的有　(　　)

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{OA}=3\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{DO}$

C. $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{BO}+3\overrightarrow{AO}-5\overrightarrow{DO}$

9. (多选题)［2023·江西新余高二期中］关于空间向量，以下说法正确的是　(　　)

A. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为非零向量，若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{2}$

B. 若对空间中任意一点 O，有 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$，则 P,A,B,C 四点共面

C. 若$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间向量的一组基底，则 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$ 也是空间向量的一组基底

D. 若空间四个点 P,A,B,C 满足 $\overrightarrow{PC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{PA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{PB}$，则 A,B,C 三点共线

二、填空题

10. 在四面体 O-ABC 中，M,N 分别是 BC,OA 的中点，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，则用基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$表示向量 $\overrightarrow{MN}=$__________.

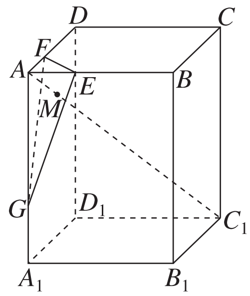
11. 已知 A,B,C 三点共线，则对空间中任一点 O，若 $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}+\mu\overrightarrow{OC}$，则 $\mu=$________；如果存在三个不为 0 的实数 λ,m,n，使 $\lambda\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，那么 $\lambda+m+n$ 的值为________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

★**12.** 如图,在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$,$\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GA_1}$,$AC_1$ 与平面 EFG 交于点 M,则$\frac{AM}{AC_1}=$________.



三、解答题

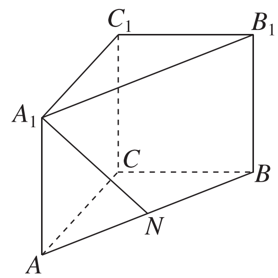
13. (1)在四面体 $OABC$ 中,M,N 分别是$\triangle ABC$,$\triangle OBC$ 的重心,设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,试以$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$为空间向量的一组基底表示向量$\overrightarrow{OM}$,$\overrightarrow{ON}$,$\overrightarrow{MN}$.

(2)已知向量 $\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{e}_3$ 是三个不共面的非零向量,且 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3$,$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{e}_1+4\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_3$,$\boldsymbol{c}=11\boldsymbol{e}_1+5\boldsymbol{e}_2+\lambda\boldsymbol{e}_3$,若向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 共面,求 λ 的值.

14. [2023·成都川大附中高二期末] 如图,在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$,$CA=CB=CC_1=1$,$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\rangle=\frac{2\pi}{3}$,$\langle\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\rangle=\frac{\pi}{2}$,$N$ 是 AB 的中点.

(1)求 A_1N 的长;

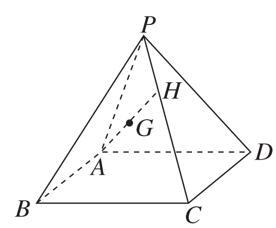
(2)若点 M 是棱 C_1B_1 所在直线上的点,设 $\overrightarrow{C_1M}=t\overrightarrow{C_1B_1}$,$t\in\mathbf{R}$,当 $AM\perp CB$ 时,求实数 t 的值.



▶ 思维探索 选做题

15. [2023·广东两阳中学高二期中] 在正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,若 $\overrightarrow{PE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}$,$\overrightarrow{PF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$,平面 AEF 与棱 PD 交于点 G,若 $\overrightarrow{PG}=\lambda\overrightarrow{PD}$,则 $\lambda=$________.

16. 如图所示,在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为平行四边形,H 为棱 PC 上的点,且$\frac{PH}{HC}=\frac{1}{2}$,点 G 在 AH 上,且$\frac{AG}{AH}=m(0\leqslant m\leqslant 1)$,若 G,B,P,D 四点共面,求 m 的值.



1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系

第 1 课时 空间向量的坐标及运算

一、选择题

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,3,4)$，$\boldsymbol{b}=(1,2,0)$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 等于 ( )

A. $2\sqrt{3}$　B. $3\sqrt{2}$

C. $5\sqrt{2}$　D. $\sqrt{14}$

2. [2023·辽宁本溪高二期中] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-3,-2)$，$\boldsymbol{b}=(3,2,-5)$，则下列结论正确的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-2,-5,-3)$

D. $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{14}$

3. 已知 $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$ 是空间向量的一组单位正交基底，且 $\overrightarrow{AB}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 夹角的正弦值为 ( )

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

4. [2023·广州华南师大附中高二期中] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,2,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,2,-1)$，$\boldsymbol{c}=(m,4,0)$，若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面，则 $m=$ ( )

A. 2　B. 3　C. -1　D. -5

5. 若向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,-2)$，$\boldsymbol{e}/\!/\boldsymbol{a}$ 且 $|\boldsymbol{e}|=1$，则 $\boldsymbol{e}=$ ( )

A. $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

B. $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

C. $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

D. $\left(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$

6. [2023·沈阳外国语学校高二月考] 已知空间向量 $\overrightarrow{PA}=(1,2,4)$，$\overrightarrow{PB}=(5,-1,3)$，$\overrightarrow{PC}=(m,n,-1)$，则“$P,A,B,C$ 四点共面”是“$10m+17n=-11$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 充要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,1)$，$\boldsymbol{b}=(0,y,1)(0\leqslant y\leqslant 1)$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 的最大值为 ( )

A. 1　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. 2　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. (多选题)已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(-2,-1,1)$，$\boldsymbol{b}=(3,4,5)$，则下列结论正确的是 ( )

A. $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{a}$

B. $5|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$

C. $\boldsymbol{a}\perp(5\boldsymbol{a}+4\boldsymbol{b})$

D. $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影的数量为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. (多选题)已知空间中两个向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$，则下列结论正确的是 ( )

A. 若 $|\boldsymbol{c}|=3$，且 $\boldsymbol{c}/\!/(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$，则 $\boldsymbol{c}=(2,1,-2)$

B. $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. 若 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $k\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 垂直，则 k 的值为 2

D. 若 $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\mu(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ 与向量 $(0,0,1)$ 垂直，则 λ,μ 应满足 $\lambda-\mu=0$

二、填空题

10. [2024·南宁高二期末] 已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2,0)$，$\overrightarrow{AC}=(2,0,2)$，则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影的数量为________.

11. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，若空间向量 $\boldsymbol{a}=(x,y,2)$ 与 $\boldsymbol{b}=(6,4,-4)$ 平行，则 $|\boldsymbol{a}|=$________.

12. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,-2,-3)$，$\boldsymbol{b}=(-2,x-2,2)$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角，则 x 的取值范围是____________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. 已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB}=(-2,-1,3)$,$\overrightarrow{AC}=(1,-3,2)$.

(1)求以线段 AB,AC 为邻边的平行四边形的面积;

(2)若向量 $\boldsymbol{a}$ 分别与 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AC}$ 垂直,且 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$,求 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$,$\boldsymbol{b}=(3,t,0)$.

(1)若 $t=3$,求 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$;

(2)求证:对任意 $t\in\mathbf{R}$,$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 不垂直;

(3)若 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}=(0,0,1)$ 平行,求 λ,t 的值.

▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)设向量 $\boldsymbol{u}=(a,b,0)$,$\boldsymbol{v}=(c,d,1)$,其中 $a^2+b^2=c^2+d^2=1$,则下列说法正确的是 ( )

A. 向量 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$ 的夹角为定值(与 c,d 的值无关)

B. $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

C. $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的夹角的最大值为 $\frac{3\pi}{4}$

D. $ad-bc$ 的最大值为 1

16. 设空间中两个单位向量 $\overrightarrow{OA}=(m,n,0)$,$\overrightarrow{OB}=(0,s,t)$ 与向量 $\overrightarrow{OC}=(1,1,1)$ 的夹角的余弦值都等于 $\frac{\sqrt{6}}{3}$,则 $\angle AOB=$________.

第 2 课时　空间直角坐标系及空间向量坐标的应用

一、选择题

1. ［2023·福州高二期中］在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，设点 B 是点 $A(2,3,4)$ 关于 xOy 平面的对称点，则 $|\overrightarrow{AB}|=$　（　　）

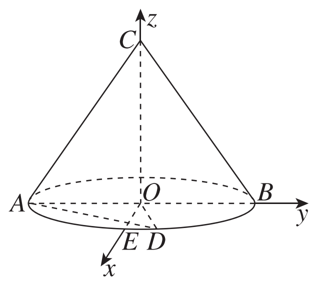
A. 8　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 29　　D. $\sqrt{29}$

★2. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $A(1,2,3)$ 与点 $B(-1,-2,3)$ 关于　（　　）

A. 原点对称　　B. xOy 平面对称

C. y 轴对称　　D. z 轴对称

3. 如图，圆锥的底面直径 $AB=4$，高 $OC=2\sqrt{2}$，D 为底面圆周上的一点，且 $\angle AOD=\frac{2\pi}{3}$，则点 D 的坐标为　（　　）



A. $(-\sqrt{3},1,0)$　　B. $(\sqrt{3},1,0)$

C. $(\sqrt{3},-1,0)$　　D. $(-\sqrt{3},-1,0)$

4. 已知点 $A(2,4,0)$，$B(1,3,3)$，且满足 $2\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{QB}$，则点 Q 的坐标为　（　　）

A. $\left(\frac{11}{3},\frac{5}{3},1\right)$　　B. $\left(\frac{5}{3},\frac{11}{3},1\right)$

C. $\left(\frac{5}{3},1,0\right)$　　D. $(1,0,1)$

5. 已知点 $A(1,-2,11)$，$B(4,2,3)$，$C(6,-1,4)$，则 $\triangle ABC$ 的形状是　（　　）

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

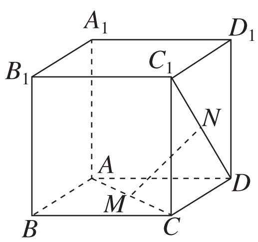
C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

6. 已知空间中三点 $O(0,0,0)$，$A(-1,1,0)$，$B(0,2,1)$，在直线 OA 上有一点 H 满足 $BH\perp OA$，则点 H 的坐标为　（　　）

A. $(-1,1,0)$　　B. $(-1,0,0)$

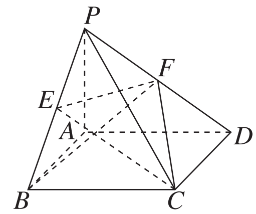
C. $(-1,-1,1)$　　D. $(1,1,0)$

7. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，M，N 分别是面对角线 AC，C_1D 上的点，且 $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{C_1D}$，则 MN 的长为　（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. （多选题）［2023·贵州遵义高二期中］如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为矩形，E，F 分别为 PB，PD 的中点，则　（　　）



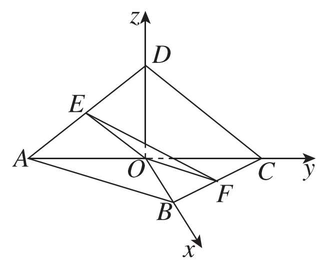
A. $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影向量为 $\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{CE}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{CF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $-\overrightarrow{AB}$

9. （多选题）［2023·福建泉州高二期中］在菱形纸片 $ABCD$ 中，E，F 分别为 AD，BC 的中点，O 是菱形 $ABCD$ 的中心，$AB=2$，$\angle ABC=\frac{2\pi}{3}$，将菱形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，使平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，以 O 为原点，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OD}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，则　（　　）



A. $E\left(0,-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

B. $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right)$

C. $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{1}{2},\sqrt{3},-\frac{1}{2}\right)$

D. $\cos\angle EOF=-\frac{3}{4}$

二、填空题

10. 已知空间向量 $\overrightarrow{AB}=(2,1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(1,2,2)$，则 $|\overrightarrow{BC}|=$________.

11. 在四面体 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{AB}=(-3,5,2)$，$\overrightarrow{CD}=(-7,-1,-4)$，点 E，F 分别为 BC，AD 的中点，则 $\overrightarrow{EF}$ 的坐标为________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

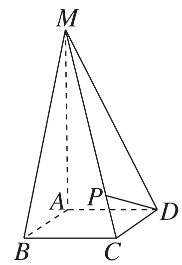
12. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2,点 P 在体对角线 AC_1 上(不含端点).若$\angle BPD$ 是锐角,则线段 C_1P 的长度的取值范围为________.

三、解答题

13. [2023·陕西榆林高二期末] 如图所示,在四棱锥 $M\text{-}ABCD$ 中,$MA\perp$平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形,$MA=2AB$,P 是棱 MC 上一点,且 $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CM}$.

(1)建立适当的坐标系并求点 P 的坐标;

(2)求证:$MB\perp DP$.

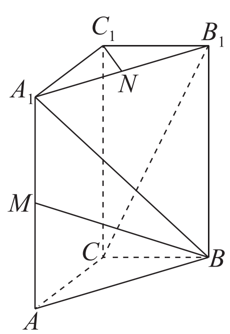


14. 如图所示,在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$CA=CB=1$,$\angle BCA=90°$,$AA_1=2$,M,N 分别是棱 A_1A,A_1B_1 的中点.

(1)求 BM 的长;

(2)求 $\cos\langle\overrightarrow{BA_1},\overrightarrow{CB_1}\rangle$的值;

(3)求证:$A_1B\perp C_1N$.



▶ 思维探索 选做题

15. 从 $M(0,2,1)$出发的光线,经 xOy 平面反射后到达点 $N(2,0,2)$,则光线所经过的路程为________.

16. [2023·辽宁东北育才学校高二期中] 在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$AB=AC=AA_1$,点 M,N 满足 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB_1}$,$\overrightarrow{CN}=\mu\overrightarrow{CA_1}$ 且 $MN\perp AB_1$,$MN\perp CA_1$.设$\angle BAC=\theta(0<\theta<\pi)$.

(1)证明:$\lambda+\mu=1$.

(2)当 θ 变化时,是否存在 $MN\perp B_1C$?若存在,求 θ;若不存在,说明理由.

滚动习题（一）

范围 1.1

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

1. ［2023·湖北宜昌高二期中］已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1,0)$，$\boldsymbol{b}=(2,0,-2)$，则 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}=$（　）

A. 0　　B. 2　　C. 1　　D. -1

2. ［2023·云南师大附中高二期中］已知向量 $\boldsymbol{a}=(-3,2,7)$，$\boldsymbol{b}=(1,x,-1)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 x 的值为（　）

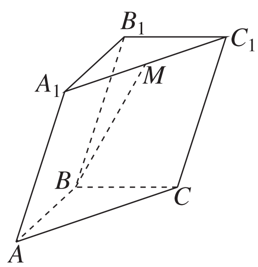
A. 4　　B. -4　　C. 5　　D. -5

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,x,-2)$，$\boldsymbol{b}=(0,1,2)$，$\boldsymbol{c}=(1,0,0)$，若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面，则 $x=$（　）

A. -1　　B. 1

C. 1 或 -1　　D. 1 或 0

4. 如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，M 为 A_1C_1 的中点，若 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{BM}$ 可表示为（　）



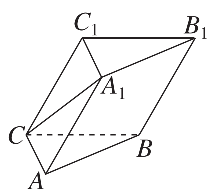
A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

5. ［2023·四川开江中学高二期中］在如图所示的斜三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=CC_1=2$，$\angle BCC_1=\angle ACC_1=\frac{\pi}{3}$，则“$0<\angle ACB<\frac{\pi}{3}$”是“$\overrightarrow{CA_1}\cdot(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})>10$”的（　）



A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

★**6.** 点 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 上一点，则 $\overrightarrow{PA_1}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的取值范围是（　）

A. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[-1,-\frac{1}{4}\right]$

C. $[-1,0]$　　D. $\left[-\frac{1}{2},0\right]$

二、多项选择题：本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分.

7. 下列关于空间向量的说法中正确的是（　）

A. 若非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

B. 任意向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

C. 若 $\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$ 为空间向量的一组基底，且 $\overrightarrow{OD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则 A,B,C,D 四点共面

D. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1,x)$，$\boldsymbol{b}=(-3,x,9)$，若 $x<\frac{3}{10}$，则 $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 为钝角

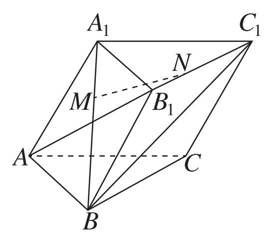
8. ［2024·安徽芜湖高二期末］如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，M 是 A_1B 上的点，N 是棱 B_1C_1 上的点，且 $BM=2A_1M$，$C_1N=2B_1N$. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=1$，若 $\angle BAC=90°$，$\angle BAA_1=\angle CAA_1=60°$，则下列说法中正确的是（　）

A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{B_1C_1}$ 的夹角为 $60°$

B. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

C. $|\overrightarrow{MN}|=\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{BC}$



三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

9. 在四面体 $OABC$ 中，$OB=OC$，$\angle AOB=\angle AOC=\frac{\pi}{6}$，则 $\cos\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC}\rangle$ 的值是________.

10. ［2023·浙江宁波余姚中学高二期中］已知点 $A(1,2,1)$，$B(3,3,2)$，$C(1,4,3)$，若点 D 在线段 AB 上，且满足 $CD\perp AB$，则点 D 的坐标为__________.

★**11.** 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1,0)$，$\boldsymbol{b}=(-1,0,2)$，若向量 $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，则实数 k 的取值范围是__________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)[2023 · 成都树德中学高二期中] 已知点 $A(-2,0,2)$，$B(-1,1,2)$，$C(-3,0,4)$，$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}$.

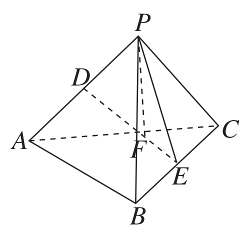
(1)若 $|\boldsymbol{c}|=6$，且 $\boldsymbol{c}=\lambda\overrightarrow{CB}$，求 $\boldsymbol{c}$ 的坐标；

(2)求以线段 AB，AC 为邻边的平行四边形的面积.

13. (15 分)[2023 · 呼和浩特高二期中] 如图，在三棱锥 P-ABC 中，$PA=4$，$PB=5$，$PC=3$，$\angle APB=\angle BPC=60^\circ$，$\angle CPA=90^\circ$，$D$，$E$ 分别是 PA，BC 的中点，点 F 在 DE 上，且 $\overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{FE}$，记 $\overrightarrow{PA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{PB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{PC}=\boldsymbol{c}$.

(1)试用基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$表示向量 $\overrightarrow{PE}$，$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{PF}$；

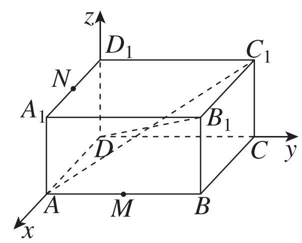
(2)求 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 和 $\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值.



14. (15 分)如图，以长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，建立空间直角坐标系，M 是 AB 的中点，N 是 A_1D_1 的中点. 已知 $\overrightarrow{DB_1}=(4,3,2)$.

(1)分别写出点 B，点 A_1 和 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标.

(2)若点 P 是棱 BC 上一个动点，是否存在点 P 使得$\triangle MNP$ 为一个等腰三角形？如果存在，求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由.



1.2　空间向量在立体几何中的应用

1.2.1　空间中的点、直线与空间向量

一、选择题

1. 若点 $A\left(-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$，$B\left(\frac{1}{2},2,\frac{7}{2}\right)$ 在直线 l 上，则直线 l 的一个方向向量为　　(　　)

A. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},1\right)$　　B. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{1}{3},1,\frac{2}{3}\right)$

C. $\boldsymbol{n}=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},1\right)$　　D. $\boldsymbol{n}=\left(1,\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$

2. 已知异面直线 a,b 的一个方向向量分别是 $\boldsymbol{m}=(2,1,-3)$，$\boldsymbol{n}=(1,-3,2)$，则 a,b 所成角的大小是　　(　　)

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{3\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

3. [2023·北京中关村中学高二期中]已知两条异面直线的一个方向向量分别是 $\boldsymbol{u}=(3,-1,2)$，$\boldsymbol{v}=(-1,3,2)$，则这两条直线所成的角 θ 满足　　(　　)

A. $\sin\theta=\frac{1}{7}$　　B. $\cos\theta=\frac{1}{7}$

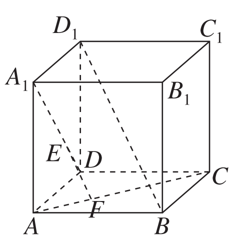
C. $\sin\theta=-\frac{1}{7}$　　D. $\cos\theta=-\frac{1}{7}$

4. [2023·黑龙江齐齐哈尔恒昌中学高二期末]已知直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(2,4,x)(x>0)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{b}=(2,y,1)$，若 $|\boldsymbol{a}|=6$，且 $l_1\perp l_2$，则 $x+y=$　　(　　)

A. 2　　B. -3 或 1

C. -3　　D. 1

5. 如图所示，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别在 A_1D，AC 上，且 $A_1E=\frac{2}{3}A_1D$，$AF=\frac{1}{3}AC$，则　　(　　)



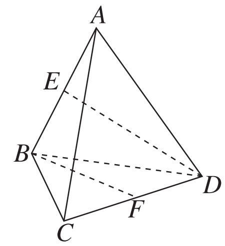
A. EF 至多与 A_1D，AC 之一垂直

B. $EF\perp A_1D$，$EF\perp AC$

C. EF 与 BD_1 相交

D. EF 与 BD_1 异面

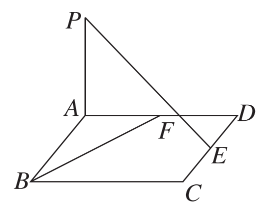
★6. 如图，在正四面体 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$，则异面直线 DE 和 BF 所成角的余弦值为　　(　　)



A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

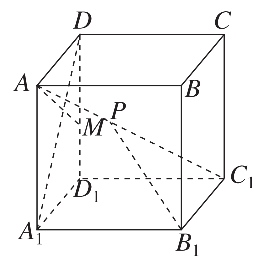
7. 如图，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 为正方形，E 是 CD 的中点，F 是 AD 上一点，则当 $BF\perp PE$ 时，$AF:FD=$　　(　　)



A. $1:1$　　B. $1:2$

C. $2:1$　　D. $2:3$

8. (多选题)如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是体对角线 AC_1 上的动点，M 是棱 DD_1 上的动点，则下列说法正确的是　　(　　)



A. 异面直线 B_1P 与 A_1D 所成的角的最小值为 $\frac{\pi}{6}$

B. 异面直线 B_1P 与 A_1D 所成的角的最大值为 $\frac{\pi}{3}$

C. 对于任意的 P，存在点 M 使得 $AM\perp B_1P$

D. 对于任意的 M，存在点 P 使得 $AM\perp B_1P$

★9. (多选题)在三棱锥 $A\text{-}BCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，$BD\perp CD$，$BD=CD=2$，$\triangle ABD$ 为等边三角形，E 是棱 AC 的中点，F 是棱 AD 上一点，若异面直线 DE 与 BF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{28}$，则 AF 的值可能为　　(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1

C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

班级

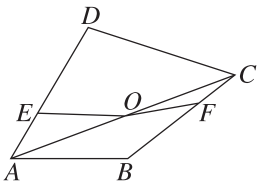
姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

二、填空题

10. 已知 $A(1,1,-1)$，$B(2,3,1)$，则直线 AB 的模为 1 的方向向量是________________.

11. ［2024·浙江嘉兴高二期末］如图，把正方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 进行翻折，点 E，F 满足 $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{CF}$，$O$ 是原正方形 $ABCD$ 的中心，当 $\angle EOF=\frac{2\pi}{3}$ 时，直线 AD 与 BC 所成角的余弦值为________.



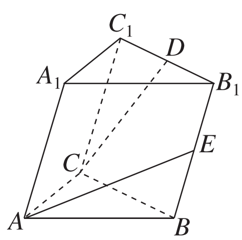
12. 在正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=2AB=2$，E 为棱 AB 的中点，F 为棱 BB_1 上一点，且 $A_1C\perp EF$，则 $\frac{B_1F}{FB}=$________.

三、解答题

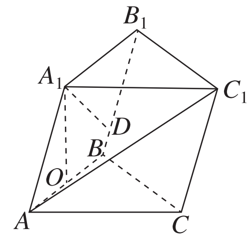
13. ［2023·安徽黄山高二期中］如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，点 D，E 分别为棱 B_1C_1，BB_1 的中点，设 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$.

(1)试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{CD}$；

(2)若 $\angle A_1AB=\angle A_1AC=\angle CAB=60°$，$AA_1=AB=AC=2$，求异面直线 AE 与 CD 所成角的余弦值.



14. 已知斜三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的各棱长都为 4，$\angle A_1AB=60°$，点 A_1 在下底面 ABC 的投影为 AB 的中点 O. 在棱 BB_1 上是否存在一点 D 使 $A_1D\perp AC_1$？若存在，求出 BD 的长；若不存在，请说明理由.



思维探索 选做题

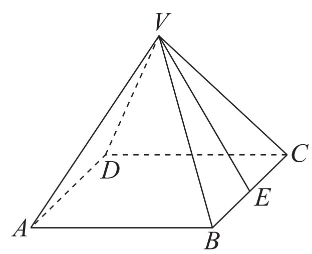
★15. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，P 为空间中一点，若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD_1}$ $(\lambda\in[0,1])$，则异面直线 BP 和 C_1D 所成角的取值不可能是 ( )

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

16. 如图，在正四棱锥 $V\text{-}ABCD$ 中，二面角 $V\text{-}BC\text{-}D$ 的大小为 $60°$，E 为 BC 的中点.

(1)证明：$BC=VE$；

(2)已知 F 为直线 VA 上一点，且 F 与 A 不重合，若异面直线 BF 与 VE 所成的角为 $60°$，求 $\frac{VF}{VA}$.



1.2.2 空间中的平面与空间向量

一、选择题

1. 已知 $\boldsymbol{n}$ 为平面 α 的一个法向量,$\boldsymbol{a}$ 为直线 l 的一个方向向量,则"$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{n}$"是"$l/\!/\alpha$"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. 若 α,β 表示不同的平面,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{v}_1=(1,2,1)$,平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{v}_2=(-2,-4,-2)$,则平面 α 与平面 β ( )

A. 平行　　B. 垂直

C. 相交　　D. 不确定

★3. 在空间直角坐标系中,$A(1,2,1)$,$B(0,0,2)$,$C(2,1,3)$,则 A,B,C 三点所在平面的一个法向量的坐标是 ( )

A. $(1,1,-1)$

B. $(1,-1,-1)$

C. $(2,1,-1)$

D. $(2,-1,-1)$

4. 已知直线 l 和平面 ABC,若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-2,-5)$,向量 $\overrightarrow{AB}=(1,0,-1)$,$\overrightarrow{AC}=(2,1,0)$,则下列结论一定正确的为 ( )

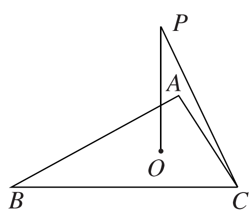
A. $l\perp$平面 ABC

B. l 与平面 ABC 相交,但不垂直

C. $l/\!/$直线 BC

D. $l/\!/$平面 ABC 或 $l\subset$平面 ABC

5. 如图所示,已知 $PO\perp$平面 ABC,且 O 为$\triangle ABC$ 的垂心,则 AB 与 PC 的位置关系是 ( )



A. 平行

B. 垂直

C. 相交

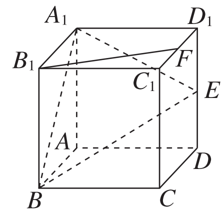
D. 不确定

6. 已知平面 $\alpha=\{P\mid\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{P_0P}=0\}$,其中 $P_0(1,2,1)$,α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,1,-1)$,则下列点在平面 α 内的是 ( )

A. $(-1,2,2)$　　B. $(-2,5,4)$

C. $(3,5,6)$　　D. $(2,-4,8)$

7. 如图所示,在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,E 是 DD_1 的中点,点 F 在 C_1D_1 上,且 $\overrightarrow{C_1F}=\lambda\overrightarrow{FD_1}$,若 $B_1F/\!/$平面 A_1BE,则 $\lambda=$ ( )



A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. 1　　D. $\dfrac{2}{3}$

8. (多选题)给出下列命题,其中是真命题的是 ( )

A. 若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(0,1,-1)$,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,-1)$,则 $l\perp\alpha$

B. 若平面 α,β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(0,1,3)$,$\boldsymbol{n}_2=(1,6,-2)$,则 $\alpha\perp\beta$

C. 若平面 α 经过 $A(1,0,-1)$,$B(0,1,0)$,$C(-1,2,0)$三点,向量 $\boldsymbol{n}=(1,u,t)$是平面 α 的一个法向量,则 $u+t=1$

D. 已知 $A(1,2,3)$,$B(1,-1,4)$,若点 C 是点 A 关于平面 yOz 的对称点,则 B 与 C 两点间的距离为$\sqrt{14}$

9. (多选题)[2023·福州高二期中] 在三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中,D 为 BB_1 的中点,$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AA_1=AB=BC$,$AA_1\perp$平面 ABC,$\angle ABC=90°$,则下列结论错误的是 ( )

A. 平面 $ABC_1\perp$平面 ACC_1A_1

B. 平面 $A_1BC\perp$平面 ABC_1

C. $A_1D/\!/$平面 ABC_1

D. $A_1D\perp AC_1$

二、填空题

10. [2023·北京师大实验中学高二期中] 已知平面 α 的一个法向量为$(2,-4,-2)$,平面 β 的一个法向量为$(-1,2,k)$,若 $\alpha/\!/\beta$,则 $k=$________.

11. [2023·北京清华附中高二期中] 已知直线 m 的一个方向向量为 $\boldsymbol{m}=(1,-2,\lambda)$,直线 n 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(-2,4,5)$,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{k}=(\mu,-8,\gamma)$,$m\perp n$,$n\perp\alpha$,则 λ,μ,γ 的值依次为________.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

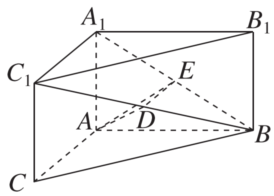
12. 已知点 $A(1,0,0)$，$B_1(1,1,2)$，$D_1(0,0,2)$，$C(0,1,0)$，若在平面 AB_1D_1 内存在点 E，使得 $CE\perp$平面 AB_1D_1，则点 E 的坐标是________.

三、解答题

13. ［2023·山西大同高二期中］如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB=2AC=4$，$AA_1=2\sqrt{3}$，$AB\perp AC$，$AD\perp BC_1$，垂足为 D，点 E 为线段 A_1B 上的一点.

(1)若 E 为线段 A_1B 的中点，证明：$DE /\!/$ 平面 ABC；

(2)若平面 $ADE\perp$平面 A_1BC_1，求$\dfrac{A_1E}{A_1B}$的值.

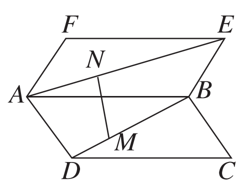


14. ［2023·江苏无锡高二期中］如图，在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中，$AB=4$，$AD=AF=3$，$\angle DAF=\dfrac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AE}$，$0<\lambda<1$，记 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AF}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{MN}$.

(2)当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$时，求 MN 与 AE 夹角的余弦值.

(3)是否存在 λ 使得 $MN\perp$平面 $ABCD$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.



▶ 思维探索 选做题

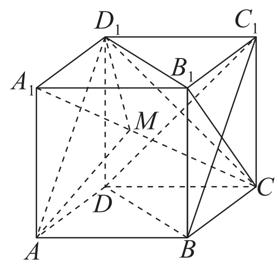
15. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{A_1M}=\lambda\overrightarrow{A_1C}$，$\lambda\in[0,1]$，则下列说法不正确的是（　　）

A. 若平面 $AMD_1 /\!/$ 平面 BC_1D，则 $\lambda=\dfrac{1}{3}$

B. 若平面 $AMD_1\perp$平面 B_1CD_1，则 $\lambda=\dfrac{1}{2}$

C. $\triangle AMD_1$ 的面积最大时，$\lambda=1$

D. $\triangle AMD_1$ 的面积最小时，$\lambda=\dfrac{1}{4}$



16. 在如图所示的几何体中，面 $CDEF$ 为正方形，面 $ABCD$ 为等腰梯形，且 $AB /\!/ CD$，$AB=2BC$，$\angle ABC=60^\circ$，$AC\perp FB$.

(1)求证：$AC\perp$平面 FBC.

(2)棱 ED 上是否存在点 Q，使平面 $EAC\perp$平面 QBC？证明你的结论.